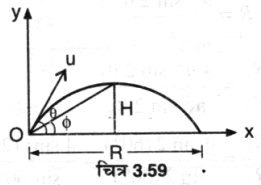
3. उड्डयन काल $= \frac{2u}{g} = 8$ सेकण्ड

$\therefore \quad u = \frac{8g}{2} = 40$ मी/से

4. संवेग में परिवर्तन $= 2(mv\cos\theta)$

$= 2\left(2 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 40\sqrt{3}$ किग्रा-मी

14. माना कि प्रक्षेप्य बिन्दु O से देखे जाने पर, उच्चतम बिन्दु पर प्रक्षेप्य का



चित्र 3.59

उठान कोण (elevation angle) ϕ है।

चित्र से, $\tan\phi = \frac{H}{R/2}$ ...(1)

प्रक्षेप्य गति की स्थिति में अधिकतम ऊँचाई,

अधिकतम ऊँचाई, $H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$

क्षैतिज परास, $R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g}$

H एवं R के उपरोक्त मान, समीकरण (1) में रखने पर, हम पाते हैं कि

$$\tan\phi = \frac{\frac{u^2\sin^2\theta}{2g}}{\frac{u^2\sin 2\theta}{2g}} = \frac{\sin^2\theta}{\sin 2\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{\tan\theta}{2}$$

यहाँ $\theta = 45°$

$\therefore \quad \tan\phi = \frac{\tan 45°}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

15. अभिकेन्द्र त्वरण, $a = \frac{v^2}{r}$

ज्ञात है कि दो कारें समान समय t में त्रिज्याओं r_1 एवं r_2 के वृत्तीय चक्कर पूरे करती हैं।

$$t = \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{2\pi r_2}{v_2} \quad \text{या,} \quad \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}$$

या, $\frac{v_1^2}{r_1^2} = \frac{v_2^2}{r_2^2}$

$\therefore \quad a_1 : a_2 = \frac{v_1^2}{r_1^2} \times r_1 : \frac{v_2^2}{r_2^2} \times r_2 = r_1 : r_2$

16. $H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$

या, $\frac{H_1}{H_2} = \frac{u^2\sin^2\theta_1}{u^2\sin^2\theta_2}$ या $\frac{3}{1} = \frac{\sin^2\theta_1}{\sin^2\theta_2}$

या $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

अत: हम कह सकते हैं कि

$\theta_1 = 60°$ तथा $\theta_2 = 30°$

पुन: $R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g}$

$\therefore \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{4u^2\sin 2\theta_1}{u^2\sin 2\theta_2}$

या, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{4\sin 2(60°)}{\sin 2(30°)} = \frac{4\sin 120°}{\sin 60°}$

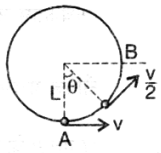
या, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{4 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{1}$

18. ऊर्जा संरक्षण के नियम से

$\frac{m(v/2)^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = -mgL(1-\cos\theta)$

या, $\cos\theta = -\frac{7}{8}$ अर्थात् $\frac{3\pi}{4} < \theta < \pi$

अत: विकल्प (d) सही है।



चित्र 3.60

19. $x = kt$ एवं $y = kt(1-\alpha t)$

$\therefore \quad v_x = k$ एवं $v_y = k - 2k\alpha t$

जब $t = \frac{T}{2}, v_y = 0$

अत: $0 = k - 2k\alpha\left(\frac{T}{2}\right)$

या $T = \frac{1}{\alpha}$

समीकरण $y = kt - k\alpha t^2$

की समीकरण $y = (v\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

से तुलना करने पर, $v\sin\theta = k$

तथा $g = 2k\alpha$

अत: $Y_{\text{अधिकतम}} = \frac{v^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{k^2}{2 \times 2k\alpha} = \frac{k}{4\alpha}$

20. ज्ञात है कि $v = 2t$

स्पर्श-रेखीय त्वरण, $a_t = \frac{dv}{dt} = 2$ मी/से^{2}

तथा त्रिज्य त्वरण, $a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{4t^2}{r}$

$t = 3$ सेकण्ड पर,

$a_r = \frac{4 \times (3)^2}{0.3} = \frac{4 \times 9 \times 10}{3} = 120$ मी/से^{2}

21. $\theta_1 = 15°, R_1 = 50$ मी, $\theta_2 = 45°$

$R_1 = \frac{u^2\sin 2\theta_1}{g}$ तथा $R_2 = \frac{u^2\sin 2\theta_2}{g}$

$\therefore \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{\sin 2\theta_2}{\sin 2\theta_1} = \frac{\sin 2\times 45°}{\sin 2\times 15°} = \frac{\sin 90°}{\sin 30°}$

$\therefore \quad R_2 = \frac{\sin 90°}{\sin 30°} \times R_1 = \frac{1\times 50}{1/2} = 100$ मीटर

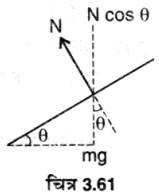
22. जब एक मोटरसाइकिल सवार एक नियत चाल से एक वृत्तीय मार्ग पर चक्कर लगा रहा है, तब उस पर एक अभिकेन्द्र त्वरण लग रहा है, जो कि परिमाण में नियत है परन्तु इसकी दिशा बदल रही है क्योंकि त्रिज्या रूप से अन्दर की ओर काम कर रहा है।

23. एक ढलावदार सड़क के लिये

$N\cos\theta = mg$

$N\sin\theta = \frac{mv^2}{R}$

$\therefore \quad \tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$



चित्र 3.61

24. केन्द्र की ओर नेट बल = अभिकेन्द्र बल

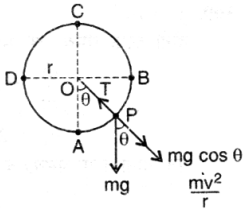
$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{r}$$

बिन्दु C पर: $\theta = 180^\circ$

$$\therefore \quad T + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{या,} \quad mg = \frac{mv^2}{r} - T$$

$$\text{या,} \quad mg < \frac{mv^2}{r}$$



चित्र 3.62

25. जब कोई कण वृत्तीय मार्ग पर चलता है, तो उसका त्वरण त्रिज्या के अनुदिश केन्द्र की ओर होता है।

26. अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने में लगा समय $= t_m$

जमीन पर वापस पहुँचने में लगा समय $= t_m$

कुल उड्डयन काल $T_f = t_m + t_m$

$$\therefore \quad T_f = 2t_m$$

27. एकसमान वृत्तीय गति में किसी वस्तु पर कार्यरत अभिकेन्द्र बल है।

$$f = \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \text{ त्वरण } = \frac{f}{m} = \frac{v^2}{r} \quad \text{(केन्द्र की ओर)}$$

28. $s = t^3 + 5$

$$\therefore \text{ चाल } v = \frac{ds}{dt} = 6t$$

चाल के बदलने की दर $= \frac{dv}{dt} = 3t^2$

$\therefore t = 2$ सेकण्ड पर स्पर्श-रेखीय त्वरण

$a_t = 6 \times 2 = 12$ मी/से^{2}

$t = 2$ सेकण्ड पर

$v = 3t^2 = 3 \times (2)^2 = 12$ मी/से

$\therefore$ अभिकेन्द्र त्वरण,

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{144}{20} \text{ मी/से}^2$$

$$\therefore \text{नेट त्वरण } = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} = \sqrt{(12)^2 + (7.2)^2}$$

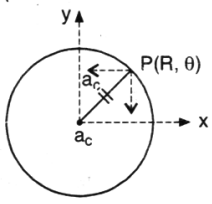
$$\cong 14 \text{ मी/से}^2$$

29. एकसमान वृत्तीय गति में किसी कण के लिये

$$a = \frac{v}{R} \text{ (वृत्त के केन्द्र की ओर)}$$

$$\therefore \quad \vec{a} = \frac{v^2}{R}[-\cos\theta\hat{i} - \sin\theta\hat{j}]$$

$$\text{या, } \vec{a} = -\frac{v^2}{R}\cos\theta\hat{i} - \frac{u^2}{R}\sin\theta\hat{j}$$



चित्र 3.63

30. $\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$

$$\vec{L} = m\left[v_0(\cos\theta)\,t\hat{i} + (v_0\sin\theta)\,t - \frac{1}{2}gt^2)\hat{j}\right]$$

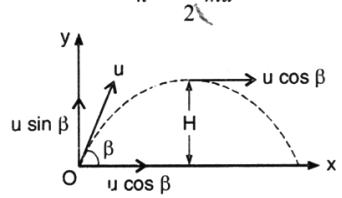
$$\times [v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - gt)\hat{j}]$$

$$= mv_0(\cos\theta)\,t\left[-\frac{1}{2}g\,t\right]\hat{k}$$

$$= -\frac{1}{2}mgv_0\,t^2\cos\theta\,\hat{k}$$

32. प्रक्षेपण बिन्दु O पर प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा है :

$$k = \frac{1}{2}mu^2$$



जहाँ,

m = वस्तु का द्रव्यमान

u = प्रक्षेप्य का प्रारम्भिक वेग

शीर्ष बिन्दु (अर्थात् अधिकतम ऊँचाई H पर)

$v = u\cos\beta$

जहाँ β प्रक्षेपण कोण है

शीर्ष बिन्दु पर गतिज ऊर्जा

$$k' = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m(u\cos\beta)^2 = \frac{1}{2}mu^2\cos^2\beta$$

प्रश्नानुसार, $k' = \frac{3}{4}k$

$$\text{या,} \quad \frac{1}{2}mu^2\cos^2\beta = \frac{3}{4}(\frac{1}{2}mu^2)$$

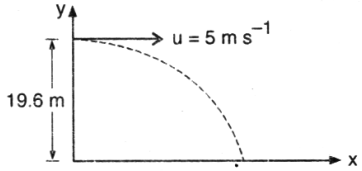
$$\text{या,} \quad \cos^2\beta = \frac{3}{4}$$

$$\text{या,} \quad \cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{या,} \quad \beta = \cos^{-1}(\sqrt{3}/2) = 30^\circ$$

33. माना कि गेंद को जमीन से टकराने में t समय लगता है।

$$\therefore \quad H = \frac{1}{2}gt^2$$



चित्र 3.65

$$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 19.6}{9.8}} = 2 \text{ सेकण्ड}$$

34. चाल v के लिये, हम लिख सकते हैं :

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{v^2}{20g}$$

यदि $v' = v + v$ का 10 प्रतिशत

$= 1.1\,v$

$$\text{तब } \tan\theta = \frac{v'^2}{r'g} = \frac{(1.1v)^2}{r'g} = \frac{1.21v^2}{r'g}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{20} = \frac{1.21}{r'}$$

$$\therefore \quad r' = 20 \times 1.21 = 24.2 \text{ मीटर}$$

35. लूप की त्रिज्या r के लिये सम्बन्ध

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

का प्रयोग करने पर

$$\tan 12^\circ = \frac{(150)^2}{r\times 10}$$

$$\text{या} \quad r = \frac{2250}{0.2125} = 10.6\times 10^3 \text{ मीटर} = 10.6 \text{ किमी}$$

36. 5 सेकण्ड बाद, वस्तु का वेग

$$v = u - gt = 100 - 9.8\times 5 = 51 \text{ मी/से}$$

प्रक्षेप्य 20 किग्रा एवं 30 किग्रा द्रव्यमानों के दो टुकड़ों में टूट जाता है। रेखीय संवेग के संरक्षण के नियम का प्रयोग करने पर,

$$20\times 150 + 30\times V = (20+30)v$$

$$\text{या,} \quad 3000 + 30V = 50\times 51$$

$$\text{या,} \quad 30V = 2550 - 3000$$

$$\therefore \quad V = -\frac{450}{30} = -15 \text{ मी/से}$$

37. बैलगाड़ी द्वारा 80 मीटर दूरी तय करने में लगा समय

$$t = \frac{s}{v} = \frac{80}{30} = \frac{8}{3} \text{ सेकण्ड}$$

अब हम जानते हैं कि

$v = u + at$

$u = ?, v = 0, a = g = -10$ मी/से^{2}

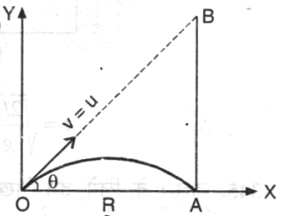
तथा $t = \frac{8/3}{2} = \frac{4}{3}$ सेकण्ड

(चूँकि उच्चतम बिन्दु तक पहुँचने में लगा उड्डयन काल, कुल उड्डयन काल का आधा होता है।)

$$\therefore \quad 0 = u - 10 \times \frac{4}{3}$$

$$\text{या,} \quad u = \frac{40}{3} \text{ मी/से}$$

38. माना कि बन्दूक को क्षैतिज से θ कोण पर वेग u से दागा जाता है। अत: बिन्दु A पर स्थित लक्ष्य को टक्कर मारने हेतु बन्दूक को ऊँचाई $AB (= h)$ पर लक्षित (aimed) करना चाहिये।



चित्र 3.66

अत: हम लिख सकते हैं :

$$OA = R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\text{या, } \sin 2\theta = \frac{Rg}{u^2} = \frac{100 \times 10}{(1500)^2} = \frac{1}{2250}$$

$$\therefore \quad 2\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2250}\right) = 0.025°$$

$$\therefore \quad \theta = 0.0125° = \left(\frac{0.0125 \times \pi}{180}\right)^c = (2.21 \times 10^{-4})^c$$

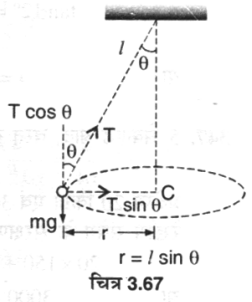
लेकिन $\theta = \frac{AB}{OA}$

$$\therefore \quad AB = \theta \times OA = (2.21 \times 10^{-4} \times 100) \text{ मीटर}$$

$$= 2.21 \times 10^{-2} \times 10^2 \text{ सेमी} = 2.21 \text{ सेमी} \simeq 3 \text{ सेमी}$$

39. घटक $T \cos\theta$ भार mg को निरस्त कर देगा।

घटक $T \sin\theta$ गेंद को केन्द्र C की ओर आवश्यक अभिकेन्द्र बल प्रदान करेगा।



चित्र 3.67

$$\therefore T \sin\theta = mr\omega^2$$

$$= m(l \sin\theta)\omega^2$$

$$\text{या,} \quad T = ml\omega^2$$

$$\therefore \quad \omega = \sqrt{\frac{T}{ml}}$$

$$\text{या, } \omega_{\text{अधिकतम}} = \sqrt{\frac{T_{\text{अधिकतम}}}{ml}} = \sqrt{\frac{324}{0.5 \times 0.5}} = 36 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

40. ज्ञात है कि

$$\vec{u} = \hat{i} + 2\hat{j}, \; g = 10 \text{ मी/से}^2$$

अत: $u\cos\theta = 1$ तथा $u\sin\theta = 2$

अत: $u^2\cos^2\theta + u^2\sin^2\theta = 1 + 4 = 5$

$$\text{या,} \quad u^2 = 5 \qquad \ldots(1)$$

साथ-साथ $\tan\theta = 2$ $\qquad \ldots(2)$

प्रक्षेप्य के मार्ग की समीकरण है:

$$y = x\tan\theta - \frac{g}{2u^2\cos^2\theta}x^2$$

$$\text{या,} \quad y = x(2) - \frac{g}{2 \times (1)^2}x^2$$

$$\text{या,} \quad y = 2x - \frac{gx^2}{2} = 2x - \frac{10x^2}{2}$$

$$\text{या,} \quad y = 2x - 5x^2$$

अत: सही उत्तर विकल्प (d) है।

41. ज्ञात है कि $\omega = 2$ रेड़ियन/सेकण्ड, $r = 2$ मी

$$t = \frac{\pi}{2} \text{ सेकण्ड}$$

कोणीय विस्थापन, $\theta = \omega t = 2 \times \frac{\pi}{2} = \pi$ रेडियन

रेखीय वेग, $v = r\omega = 2 \times 2 = 4$ मी/से

$\therefore$ वेग में परिवर्तन, $\Delta v = 2v\sin\frac{\theta}{2}$

$$= 2 \times 4 \times \sin\frac{\pi}{2} = 8 \text{ मी/से}$$

अत: सही उत्तर विकल्प (c) है।

42. क्षैतिज परास, $R = u\cos\theta \times T$

ज्ञात है कि $R = 300$ मीटर. $T = 6$ सेकण्ड

अत: वेग का क्षैतिज घटक

$$u\cos\theta = \frac{R}{T} = \frac{300}{6} = 50 \text{ मी/से}$$

अत: सही उत्तर विकल्प (b) है।

43. उच्चतम बिन्दु पर तनाव

$$T_{\text{शीर्ष}} = \frac{mv^2}{r} - mg = \frac{m}{r}(\sqrt{3gr})^2 - mg$$

$$= 3mg - mg \qquad (\because v_{\text{शीर्ष}} = \sqrt{3gr})$$

$$= 2mg$$

निम्नतम बिन्दु पर तनाव

$$T_{\text{निम्नतम}} = 2mg + 6mg = 8mg$$

$$\therefore \quad \frac{T_{\text{शीर्ष}}}{T_{\text{निम्नतम}}} = \frac{2mg}{8mg} = \frac{1}{4}$$

अत: सही उत्तर विकल्प (c) है।

44. एकसमान वृत्तीय गति में वेग एवं त्वरण एक-दूसरे के लम्बवत् होते हैं।
अत: सही उत्तर विकल्प (e) है।

45. यह ज्ञान पर आधारित प्रश्न है। इसका सही उत्तर विकल्प (c) है।